

第十章 数学与文学

文学与数学有着奇妙的同一性。先看几位著名文学家关于文学与数学的远见卓识。雨果说：“数学到了最后阶段就遇到想象，在圆锥曲线、对数、概率、微积分中，想像成了计算的系数，于是数学也成了诗。”福楼拜说：“越往前走，艺术越要科学化，同时，科学也要艺术化，两者从山麓分手，又在山顶汇合。”哈佛大学亚瑟·杰费说：“人们把数学对于我们社会的贡献比喻为空气和食物对生命的作用，我们大家都生活在数学的时代——我们的文化已‘数学化’。”

我国著名科学家钱学森提出，现代科学六大部分(自然科学、社会科学、数学科学、系统科学、思维科学、人体科学)应当和文学艺术六大部分(小说杂文、诗词歌赋、建筑园林、书画造型、音乐、综合)紧密携手，才能有大的发展。

文学与数学的同一性来源于人类两种基本思维方式——艺术思维与科学思维的同一性。文学是以感觉经验的形式传达人类理性思维的成果，而数学则是以理性思维的形式描述人类的感觉经验。文学是“以美启真”，数学则是“以真启美”，虽然方向不同，实质则为同一。而文学与数学的统一归根底是在符号上的统一，数学揭示的是隐秘的物质世界运动规律的符号体系，而文学揭示的是隐秘的精神世界的符号体系。一为重建世界的和谐；一为提高人类的素质。人类文明经历了两次分化——艺术与科学的分化及艺术、科学本身的分化。如今又在进行两次综合——艺术本身的综合及文学(艺术)与数学(科学)的综合。

一、用数学写成的著名诗句

历史上有不少用数学写成的著名诗句，富有特点，流传甚广。这种诗句融数学与文学于一体，形式新颖，语言优美，不仅拓展了人们的思维，丰富了想象，又可以使人们在欣赏诗句的同时，学到某些必要的数学知识，体会到数学的魅力，得到美的享受。

1. “十字诗”

用数学中的十个数字写成的诗句比较普遍。例如，将十个数字嵌入诗中，开“十字诗”之先河，这种语句首推宋朝理学家邵雍(康节)的《蒙学诗》：

一去二三里，烟村四五家，
亭台六七座，八九十枝花。

这是描写一路景物的诗，共二十个字，把十个数字全用上了。这首诗描绘出景色宜人的乡村画面，用数字反映远近、村落、亭台和花，通俗自然，脍炙人口，后来成为数学上的科普诗歌。

清末年间，鸦片盛行，官署上下，几乎无人不吸，大小衙门，几乎变成烟馆。有人仿邵雍写了下面这首启蒙诗以讽刺。

一进二三堂，床铺四五张，
烟灯六七盏，八九十枝枪。

明代林和靖写了一首雪梅诗，全诗用表示雪花片数的数量词写成。

一片二片三四片，五片六片七八片。
九片十片无数片，飞入梅中都不见。

这首雪梅诗将数字巧妙运用其中，读后就好像身临雪境，飞下的雪片由少到多，飞入梅林，就难分是雪花还是梅花。

清代乾隆皇帝有一次游山玩水，碰上大雪，触景生情，口吟数字诗，形象地描绘雪花飘落与芦花融为一体的情景：

一片一片又一片，两片三片四五片，
六七八九十来片，飞入芦花都不见。

2. “万字诗”

数字诗中还有一二三四五六七八九十百千万写成的诗句，即为“万字诗”。例如，西汉时，司马相如告别妻子卓文君，离开成都去长安求取功名，时隔五年，不写家书，心有休妻之念。后来，他写了一封难为卓文君的信，送往成都。卓文君接到信后，拆开一看，只见写着“一二三四五六七八九十百千万万千百十九八七六五四三二一”。她立即回写了一首如诉如泣的抒情诗：“一别之后，二地相悬，只说是三四月，又谁知五六年，七弦琴无心抚弹，八行书无信可传，九连环从中折断，十里长亭我眼望穿，百思想，千系念，万般无奈叫丫环。万语千言把郎怨，百无聊赖，十依阑干，九九重阳看孤雁，八月中秋月圆人不圆，七月半烧香点烛祭祖问苍天，六月伏天人人摇扇我心寒，五月石榴如火偏遇阵阵冷雨浇花端，四月枇杷未黄我梳妆懒，三月桃花又被风吹散！郎呀郎，巴不得二一世你为女来我为男”。

司马相如读后深受感动，亲自回四川把卓文君接到长安。从此，他一心做学问，终于成为一代文豪。

3. 十“一”诗

即用十个“一”写成的诗句。例如，清代女诗人何佩玉擅作数字诗，连用十个一字，不觉重复，所写的景物亦臻画境。

一花一柳一魚磯，一抹斜阳一鸟飞。

一山一水中一寺，一抹黃叶一僧归。

清代纪晓岚也曾写过一首很有名的十“一”诗：

一窝一簍一櫓一漁舟，一个漁翁一釣钩，

一俯一仰一场笑，一人独占一江秋。

据说乾隆皇帝南巡时，一天在江上看见一条渔船荡桨而来，就叫纪晓岚以渔为题作诗一首，要求在诗中用上十个“一”字。纪晓岚很快吟出一首，写了景物，也写了情态，自然贴切，富有韵味，难怪乾隆连说：“真是奇才！”

二、用数学写成的著名对联

相传，苏东坡与学友赴京赶考，因涨大水，船只行进困难，耽搁时日，眼看应考就要迟到，学友叹曰：

一叶孤舟，坐二三个骚客，启用四浆五帆，

经由六滩七湾，历尽八颠九簸，可叹十分来迟；

苏东坡亦用数字入联劝勉道：

十年寒窗，进九八家书院，抛却七情六欲，

苦读五经四书，考了三番二次，今天一定要中！

上联从一数到十，下联又倒着从十数到一，不仅数字使用巧妙得当，而且将莘莘学子寒窗苦读、赴京赶考的艰难表述得淋漓尽致。

古人也用十个数字，作成一副概括诸葛亮一生的上联。南阳诸葛武侯的祠堂里有一副：

取二州，排八阵，六出七擒，五丈原明灯四十九盏，一心只为酬三顾。

这上联写出后，曾长久的无人能对，后来有人运用五方和五行，终于对出下联：

平西蜀，定南蛮，东和北拒，中军帐变卦土木金爻，水面偏能用火攻。

此副对联不仅概述了诸葛亮的丰功伟绩，而且用上了“一二三四五六七八九十”各个数字和“东南西北中金木水火土”十个字，真是意义深远，结构奇巧。

我国小说家、诗人都达夫，某年秋天到杭州，约了一位同学游九溪十八涧，在一茶庄要了一壶茶，四碟糕点，两碗藕粉，边吃边谈。结帐时，庄主说：“一茶、四碟、二粉、五千文”。郁达夫笑着对庄主说，你在对“三竺、六桥、九溪、十八涧”的对子吗？

解放前，有人作如下一副对联：

二三四五，六七八九。

横批是：南北。

这副对联和横批，非常含蓄，含意深刻。上联缺“一”一与衣谐音；下联缺“十”，十与食谐音。对联的意思是“缺衣少食”，横批的意思是“缺少东西”，也是内涵极其丰富的两则谜语。

三、对联中的数学妙题

清乾隆五十年，朝廷为了表示国泰民安，把全国 65 岁以上的老人请到京城，为他们举行一次盛大宴会。在宴会上，乾隆看见一位老寿星，年高 141 岁，非常高兴，就以这位寿星的岁数为题，说出上联，并要纪晓岚对出下联：

乾隆帝的上联是：花甲重开，又加三七岁月。

纪晓岚的下联是：古稀双庆，更多一度春秋。

上、下两联都是一道多步计算应用题，答案都是 141 岁。上联的“花甲”是指 60 岁，“重开”就是两个 60 岁，“三七”是 21 岁，就是 $60 \times 2 + 7 \times 3 = 141$ (岁)。下联的“古稀”是指 70 岁，“双庆”就是两个 70 岁，多“一度春秋”就是多 1 岁，也就是 $70 \times 2 + 1 = 141$ (岁)。

又如下面一副对联，也是两道算题，并巧妙用上一、三、七、九、十各数，不嫌生拼硬凑。

尺蛇入穴，量量九寸零十分；

七鸭浮江，数数三双多一只。

上联是讲蛇的长度，九寸加十分是一尺（旧制长度单位进率是 1 尺 = 10 寸，1 寸 = 10 分）；下联是讲鸭的只数，三双加一只是一只。

四、诗歌中的趣题

数学很抽象，又令人感到枯燥无味，怎样使数学易于理解，为人们所喜爱，在这方面，中国古代数学家做出许多尝试，歌谣和口诀就是其中一种。从南宋杨辉开始，元代的朱世杰、丁巨、贾亨、明代的刘仕隆、程大位等都采用歌诀形式提出各种算法或用诗歌形式提出各种数学问题。

“李白打酒”诗

李白街上走，提壶去打酒；

遇店加一倍，见花喝一斗；

三遇店和花，喝光壶中酒。

试问酒壶中，原有多少酒？

这是一道民间算题。题意是：李白在街上走，提着酒壶边喝边打酒，每次遇到酒店将壶中酒加一倍，每次遇到花就喝去一斗（斗是古代容量单位，1 斗 = 10 升），这样遇店见花各 3 次，把酒喝完。问壶中原来有酒多少？

此题用方程解。设壶中原来有酒 x 斗。得 $[(2x-1) \times 2 - 1] \times 2 - 1 = 0$ ，解得 $x = 7/8$ 。

元代数学家朱世杰的《四元玉鉴》(1303 年)、《或问歌录》共有十二个数学问题，都采用诗歌形式提出。如第一题：

今有方池一所，每面丈四方停。

葭生两岸长其形，出水三十寸整。

东岸蒲生一种，水上一尺无零。

葭蒲稍接水齐平，借问三般（水深、蒲长、葭长）怎定？

第四题：

我有一壶酒，携着游春走。

遇店添一倍，逢友饮一斗。

店友经三处，没了壶中酒。

借问此壶中，当原多少酒。

宋代大诗人苏东坡不仅善诗，而且还喜欢画画。一次，他画了一幅题为《百鸟归巢图》的画，明代南海黎涌才子伦文叙](公元 1466-1513，字伯畴、号迁冈)为苏东坡《百鸟归巢图》题的数学诗：

天生一只又一只，三四五六七八只。

凤凰何少鸟何多，啄尽人间千石谷！

分析此诗，不难看出下列的“数学含义”：即首句含有“ $1+1 = 2$ ”的算式；而第二句则包含着“ $3\times 4 + 5\times 6 + 7\times 8 = 98$ ”的算式。这两道算式所得之数的和是“100”，正好同画题之中的“百鸟”的“百”相吻合。由此可见，这首诗不但富有文学韵味，而且还蕴含数学情趣。这首诗有如智力游戏，启人以智。

古代还有一首题为《晚霞红》的“数学诗”：“太阳落山晚霞红，我把鸭子赶回笼。一半在外闹哄哄，一半的一半进笼中。剩下十五围着我，共有多少请算清。”设鸭子共有 X 只，据诗意可列方程式“ $X=X/2+X/4+15$ ”，最后算出共有鸭子 60 只。

明代数学家吴敬编著的《九章算法比类大全》中有一道题，题目是：

远望巍巍塔七层，红光点点倍加增，

共灯三百八十一，请问顶层几盏灯？

解各层倍数和：

$1+2+4+8+16+32+64=127$ 顶层的盏数： $381\div 127=3$ （盏）

明代理大位经过数十年努力于 1592 年写成的《算法统宗》是一本通俗实用的数学书，也是数字入诗代表作。《算法统宗》全书十七卷，广泛流传于明末清朝，对于民间数学知识的普及贡献卓著。这本书由程大位花了近 20 年完成，他原本是一位商人，经商之便蒐集各地算书和文字方面的书籍，编纂成一首首的歌谣口诀，将枯燥的数学问题化成美妙的诗歌，让人朗朗上口，加强了数学普及的亲合力。

（1）百羊问题

《算法统宗》中有一道诗歌形式的数学应用题，叫百羊问题。

甲赶羊群逐草茂，乙拽一羊随其后，

戏问甲及一百否？甲云所说无差谬，

所得这般一群凑，再添半群小半群，

得你一只来方凑，玄机奥妙谁猜透？

此题的意思是：一个牧羊人赶着一群羊去寻找青草茂盛的地方。有一个牵着一只羊的人从后面跟来，并问牧羊人：“你的这群羊有 100 只吗？”牧羊人说：“如果我再有这样一群羊，加上这群羊的一半又 $1/4$ 群，连同你这一只羊，就刚好满 100 只。”

设甲有羊 X 只，据诗意可列方程式“ $X+X+X/2+X/4+1=100$ ”，最后算出甲有羊 36 只。

（2）百馍百僧

《算法统宗》还有下列这样一首“数学诗”：

一百馒头一百僧，大僧三个更无增；

小僧三人分一个，大小和尚各几丁？

据诗意可知道：每 4 个馒头中，便有一个大和尚和三个小和尚，100 个馒头每 4 个一组，分得的组数便是大和尚的人数，设大和尚为 X 人，可列方程式“ $X=100\div(3+1)$ ”，最后算出大和尚为 25 人，小和尚为 75 人。

程大位还有一首类似的二元一次方程组的饮酒数学诗：

肆中饮客乱紛紛，薄酒名醨厚酒醇。

好酒一瓶醉三客，薄酒三瓶醉一人。
共同飲了一十九，三十三客醉顏生。
試問高明能算士，几多醜酒几多醇？

這道詩題大意是說：好酒一瓶，可以醉倒 3 位客人；薄酒三瓶，可以醉倒一位客人。如果 33 位客人醉倒了，他們總共飲下 19 瓶酒。試問：其中好酒、薄酒分別是多少瓶？

(3) 隔壁分銀

只聞隔壁客分銀，不知人數不知銀，四兩一份多四兩，半斤一份少半斤。
試問各位能算者，多少客人多少銀？

此題是民間算題，用方程解比較方便。設客人为 x 人。則得方程： $4x + 4 = 8x - 8$ 。解得 $x = 3$ ， $4 \times 3 + 4 = 16$ 。（注：舊制 1 斤 = 16 两，半斤 = 8 两）

(4) “李三公開店”題

《算法統宗》還有一首《李三公開店》的“數學詩”：“我問開店李三公，眾客來到此店中，一房七客多七客，一房九客一房空，請問幾客幾房中？”設有房間 X ，據詩意可列方程式“ $7X + 7 = 9 \times (X - 1)$ ”，最後算出有 8 個房間，63 位客人。

五、算盤詩

中國是算盤的故鄉，在計算機已被普遍使用的今天，古老的算盤仍然發揮着重要的作用。珠算的產生和數學的歌訣分不開的。古時候，人們用小木棍進行計算，叫作籌算。所謂籌算一般多用長短粗細相同的竹木棍，按縱橫方式擺成不同行列來表示數目，是古代最初四則運算的一種方法。

宋代名畫《清明上河圖》中，畫有一家藥鋪，其正面櫃台上赫然放有一架算盤，確認畫中之物是與現代使用算盤形制類似的串檔算盤。宋末元初人劉因的《靜穆先生文集》中有一首以《算盤》為題的五言絕句：

不作翁商舞，休停餅氏歌。
執籌仍蔽籠，辛苦欲如何。

這說明算盤在宋元時期已出現使用了。

在國外，也有許多“數學詩”，如印度古代著名數學家拜斯卡拉用詩歌形式寫成的“蓮花問題”：“在波平如鏡的湖面，高出半尺的地方長着一朵紅蓮。它孤零零地直立在那裡，突然被風吹到一邊水面。有一位漁人亲眼看見，它現在離開原地點兩尺之遠。請你來解決一個問題：湖水在這裡有多少深淺？”設湖水在這裡深 X 尺，據詩意根據勾股定理可列方程式“ $(X + 1/2)^2 \times (X + 1/2)^2 = X^2 \times X + 2^2 \times 2^2$ ”最後算出湖水在這裡深 3.75 尺。

在國外，還有一首題為《愛弗司》的“數學詩”：“我赴聖地愛弗司，路遇婦人數有七，一人七袋手中携，一袋七貓不差池，一貓七子緊相隨，貓及貓子，布袋及婦人，共有几何同赴聖地愛弗司？”設貓及貓子，布袋及婦人共為 X ，據詩意可列方程式“ $X = 7 + 7 \times 7 + 7 \times 7 \times 7 + 7 \times 7 \times 7 \times 7$ ”最後算出貓及貓子，布袋及婦人共 2800 赴聖地愛弗司。

美國大數學家伯克霍夫曾發表<美學的數學原理及其在詩和音樂中的應用>的演講集，表現了數學家對詩和音樂的關注。我國律詩的平仄變化錯綜複雜，難以掌握，但如果從數學觀點去認識，却是一種具有簡單運算規則的數學模式，其中蘊涵著一種數學美。任何一種平仄格式都可化為一個數學矩陣，律詩和絕句的平仄矩陣共有 16 個，可归纳成一个律诗平仄的数学公式，為學習和掌握律詩和絕句的各種平仄格式提供了一个可行的方法。可惜我國懂律詩的詩人中懂數學的人不多！復旦大學數學家李賢平把《紅樓夢》120 回當作一個整體，以回為單位，從中挑選 47 個常用字（由於字的使用頻率與作品的風格有直接關係）輸入計算機，並將其使用頻率繪成圖形，從中可以看出不同作者的創作风格。據此，他提出了<紅樓夢>成書新說：是鈐名作者作《石头記》，曹雪芹“批閱十載，增刪五次”，將自己早

年所作《风月宝鉴》播入《石头记》，定名为《红楼梦》，而程伟元，高鹗是全书整理的功臣。

六、用数学考证文学作者

语体风格是人们语言文字表达活动中的个人言语特征，是人格在语言文字活动中的某种体现。这种风格可以在一定程式上通过数量特征来刻画。例如，句长和词长可以代表作者造词句的风格，当然，反映作者风格的不是单个词的词长和单个句子的句长，而是以一定数量的语料为基础的平均句长和平均词长；此外，字、词在作品中出现的频率也是个人风格的体现。利用电脑计算一部作品或作者平均词长和平均句长，对作品或作者使用的字、词、句的频率进行统计研究，从而了解作者的风格，者被称为计算风格学。计算风格学现在在社会科学领域成为一门饶有兴味的学科，尤其在判断作者真伪，考证作者疑难方面更是大显身手。

1. 《红楼梦》研究

1980 年 6 月在美国威斯康星大学召开的首届国际《红楼梦》研讨会上，华裔学者陈炳藻宣读了《从词汇上的统计论(红楼梦)的作者问题》的文章；1986 年，他发表了《电脑在文学上的应用：<红楼梦>与<儿女英雄传>两书作者用词的比较》一文之后又出版了《电脑红学：论<红楼梦>作者》的专著，利用计算机对《红楼梦》前八十回和后四十回的用字进行了测定，并从数理统计学出发，探讨《红楼梦》前后用字的相关程度。结果发现《红楼梦》前八十回与后四十回所用的词汇正相关程度达到 78.57%，而《红楼梦》与《儿女英雄传》所用词的正相关程度是 32.14%。由此推断得出前八十回与后四十回的作者均为曹雪芹一人 的结论。

1985 年以来，南京工学院(现东南大学)、深圳大学相继开发了《红楼梦》作品研究的计算机数据库系统。根据电脑检索系统提供的资料，有关人员对红学研究中的一些问题提出了新的看法。例如，在对《红楼梦》前八十回与后四十回的一些语言风格要素与风格手段，即某些用字、用词及回尾处理的差异做了比较研究后，得出了前八十回与后四十回语言风格存在明显差异的结论，为两者出于不同作者之手提供了有力的证据。这与从词汇数量统计的结果相比较，似乎更具有说服力。

1987 年，复旦大学数学系副教授李贤平的工作引人注目。他在美国威斯康辛大学的计算机前工作了数百小时，绘制了 300 多张图纸，运用计算机技术中的模式识别法和统计学家的探索性数据分析法，对《红楼梦》进行统计分析、风格分析。他翻阅了大量的红学研究论文和资料，利用过去红学家发掘的资料进行考证。把《红楼梦》120 回本作为一个整体，以 47 个虚字为识别特征，对它们在书中各回的出现频率进行统计分析，输入计算机后将使用频率绘成图纸，根据图纸反映出的表明不同创作风格的星云状和阶梯状图形，提出了又一次震惊红学界的《红楼梦》各回写作风格具有不同的类别，各部分实际上是由不同作者在不同时期里完成的。李贤平认为：《红楼梦》前 80 回是曹雪芹据《石头记》增删而成，其中插入他早年著的《金瓶梅》式小说《风月 “ 宝鉴》”，并增写了具有深刻内涵的许多内容。《红楼梦》后 40 回事曹家亲友在曹雪芹全书尚未完成就突然去世之后，搜集整理原告并加工补写而成。程伟元将全稿以活字版印刷刊行。高鹗校勘异文补遗订讹。”他的这一看法，否定了被红学界一直视为曹雪芹作前 80 回，高鹗续后 40 回得定论。电脑分析《红楼梦》，竟然得出了三种不同的结果。这说明电脑研究也不是万能的，这也说明《红楼梦》的博大精深和玄奥幽邃，研究《红楼梦》是一个巨大而复杂且有一定难度的系统工程，这说明电脑研究还要在程序设计、方法制定和研究角度上做得更全面、更完善、更周密、更精细，这也才更有说服力。但不管怎么说，用电脑研究、分析文学作品，是一个创新，也很可能是一个有效地途径。总之：教师在数学教学中渗透文化内涵十分有必要。数学课不应该是枯燥的，而是有意义的、生动的课堂。

2. 萧洛霍夫《静静的顿河》

《静静的顿河》的原作者究竟是谁一直是苏联现代文坛的一大疑案。1928年，年仅23岁的萧洛霍夫发表了《静静的顿河》第一卷，很快就获得了非凡的成功。此后不久，萧洛霍夫家乡一些报刊上，有人声称这部书的原稿并非出于他的手笔，说他不过是把一个白军军官--哥萨克作家克留科夫的遗稿作了一番改头换面的加工而已。这种说法很快传遍全国，以致当时有关部门曾设立了一个专门委员会调查此事，但赞赏作品的斯大林阻止了调查。

1965年，萧洛霍夫由于《静静的顿河》的文学成就而获得了诺贝尔文学奖，关于这部书是否萧洛霍夫所著的争论又出现了高潮。从1968年到1974年萧洛霍夫不断遭到强烈的攻击与指责。这场争论在世界范围内引起了广泛关注，挪威学者海特瑟、瑞典学者比克曼等人组成专门的研究小组使用计算机对克留科夫和萧洛霍夫的创作进行全面的比较，通过各种统计数据测出《静静的顿河》与萧洛霍夫后期作品的语言风格基本一致，以此证明这部著作确是萧洛霍夫的作品。然而，直到1984年萧洛霍夫逝世，有关《静静的顿河》原作者的争论仍未平息。

1991年10月，前苏联《工人论坛报》发表了萧洛霍夫的《静静的顿河》第一卷的手稿。这些手稿是莫斯科新闻工作者科洛德内在私人档案里发现的，共有几百页，是《静静的顿河》的头两卷，手稿的第一页左上方清楚地写有“1925年秋”字样，上中间位置是大写的书名《静静的顿河》。经全苏法律鉴定科研所笔迹鉴定，证实它们确为萧洛霍夫于20年代后期所写。档案手稿的新发现为长期悬而未决的《静静的顿河》作者之争做出了令人信服的结论，也以事实证明了计算风格学的价值。

七、多侧面地开展数学文化研究

谈到数学文化，往往会联想到数学史。确实，宏观地观察数学，从历史上考察数学的进步，确实是揭示数学文化层面的重要途径。但是，除了这种宏观的历史考察之外，还应该有微观的一面，即从具体的数学概念、数学方法、数学思想中揭示数学的文化底蕴。以下将阐述一些新视角，力求多侧面地展现数学文化。

1. 数学和文学

数学和文学的思考方法往往是相通的。举例来说，中学课程里有“对称”，文学中则有“对仗”。对称是一种变换，变过去了却有些性质保持不变。轴对称，即是依对称轴对折，图形的形状和大小都保持不变。那么对仗是什么？无非是上联变成下联，但是字词句的某些特性不变。王维诗云：“明月松间照，清泉石上流”。这里，明月对清泉，都是自然景物，没有变。形容词“明”对“清”，名词“月”对“泉”，词性不变。其余各词均如此。变化中的不变性质，在文化中、文学中、数学中，都广泛存在着。数学中的“对偶理论”，拓扑学的变与不变，都是这种思想的体现。文学意境也有和数学观念相通的地方。徐利治先生早就指出：“孤帆远影碧空尽”，正是极限概念的意境。

2. 欧氏几何和中国古代的时空观

初唐诗人陈子昂有句云：“前不见古人，后不见来者，念天地之悠悠，独怆然而涕下。”这是时间和三维欧几里得空间的文学描述。在陈子昂看来，时间是两头无限的，以他自己为原点，恰可比喻为一条直线。天是平面，地是平面，人类生活在这悠远而空旷的时空里，不禁感慨万千。数学正是把这种人生感受精确化、形式化。诗人的想象可以补充我们的数学理解。

3. 数学与语言

语言是文化的载体和外壳。数学的一种文化表现形式，就是把数学溶入语言之中。“不管三七二十一”涉及乘法口诀，“三下二除五就把它解决了”则是算盘口诀。再如“万无一失”，在中国语言里比喻“有绝对把握”，但是，这句成语可以联系“小概率事件”进行思考。“十万有

一失”在航天器的零件中也是不允许的。此外，“指数爆炸”“直线上升”等等已经进入日常语言。它们的含义可与事物的复杂性相联系（计算复杂性问题），正是所需要研究的。“事业坐标”“人生轨迹”也已经是人们耳熟能详的词语。

4. 数学的宏观和微观认识

宏观和微观是从物理学借用过来的，后来变成一种常识性的名词。以函数为例，初中和高中的函数概念有变量说和对应说之分，其实是宏观描述和微观刻画的区别。初中的变量说，实际上是宏观观察，主要考察它的变化趋势和性态。高中的对应则是微观的分析。在分段函数的端点处，函数值在这一段，还是下一段，差一点都不行。政治上有全局和局部，物理上有牛顿力学与量子力学，电影中有全景和细部，国画中有泼墨山水画和工笔花鸟画，其道理都是一样的。是否要从这样的观点考察函数呢？